Metody numeryczne w inżynierii

Nr ćwiczenia: 1
Tytuł ćwiczenia: Przenoszenie się błędów w obliczeniach numerycznych

Data wykonania: 29.03.2016

Grupa dziekańska: 4I8

Termin zajęć: środa 8:15 (X1)

Prowadzący: dr inż. Przemysław Mosiołek

Wykonali:

Piotr Markowski 195014

Maciej Miedzianowski 195016

Zadanie 1 Obliczenie wartości wielomianu

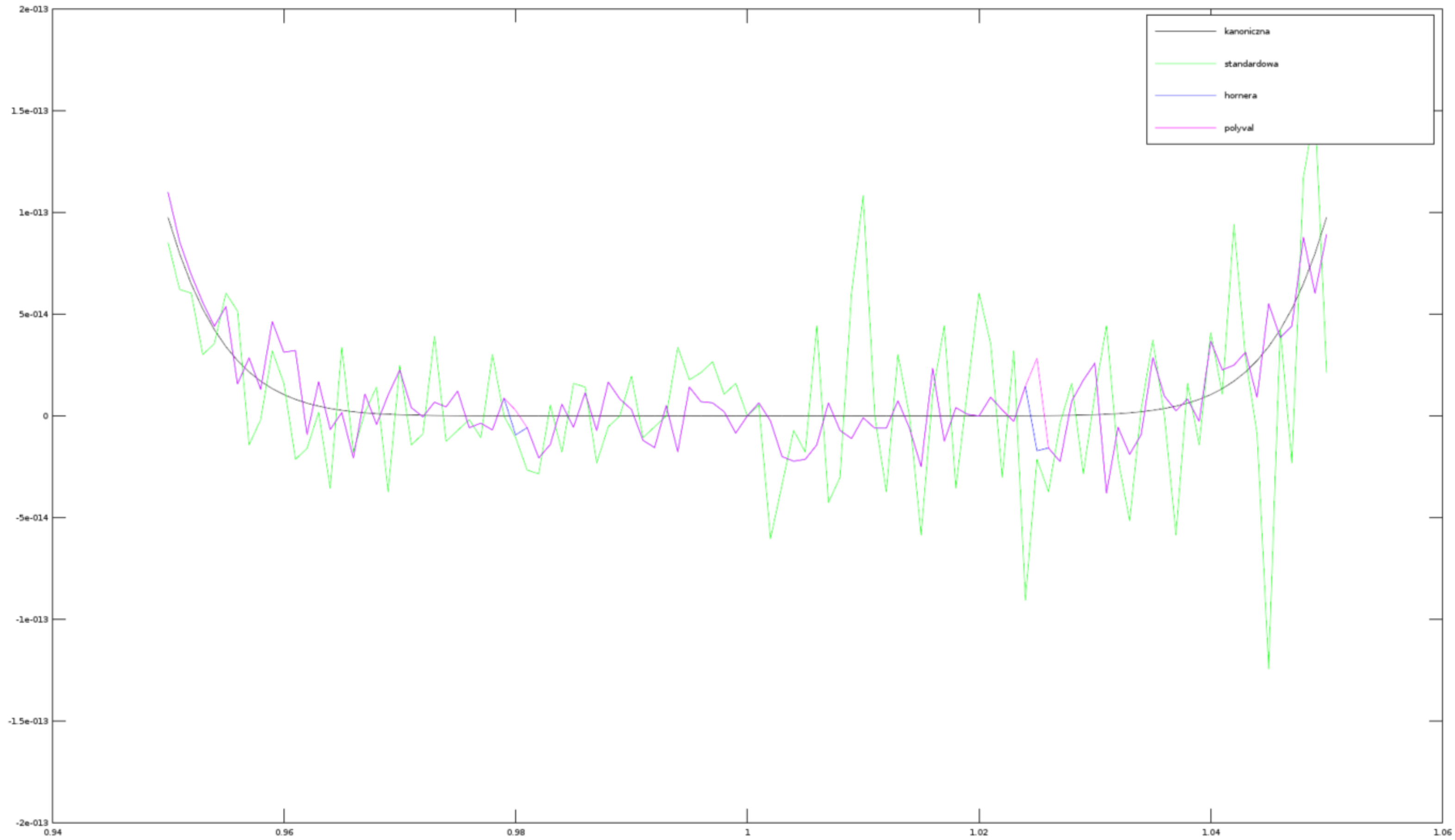
Wielomian: $(x-1)^{10}$ dla $x \in$ <0,95;1,05> , n=100

m-plik:

wielo.m

```
function wielo(p,k)
%zakres
A=(p:0.001:k);

%postac kanoniczna(x-1)^10
kan=(A-1).^10;

%wspolczynniki z trojkatu Pascala
P=[1 -10 45 -120 210 -252 210 -120 45 -10 1];

%licznie wielomianu z wykorzystaniem wspolczynnikow
stand=(P(1)*A.^10)+(P(2)*A.^9)+(P(3)*A.^8)+(P(4)*A.^7)+(P(5)*A.^6)+(P(6)*A.^5)+(P(7)*A.^4)+(P(8)*A.^3)+(P(9)*A.^2)+(P(10)*A)+P(11);

%za pomoca schematu Hornera
horn=A.*(A.*(A.*(A.*(A.*(A.*(A.*(A.*(A.*(A+P(2))+P(3))+P(4))+P(5))+P(6))+P(7))+P(8))+P(9))+P(10))+P(11);

%funkcja polyval
pol=polyval(P,A);

%wykres
plot(
  A,kan,"k;kanoniczna;",
  A,stand,"g;standardowa;",
  A,horn,"b;hornera;",
  A,pol,"m;polyval;")
end
```

Wykresy przedstawiające poszczególne wartości obliczone różnymi metodami.



WNIOSKI:
Funkcja „polyval" do obliczeń wartości wielomianu wykorzystuje schemat Hornera.

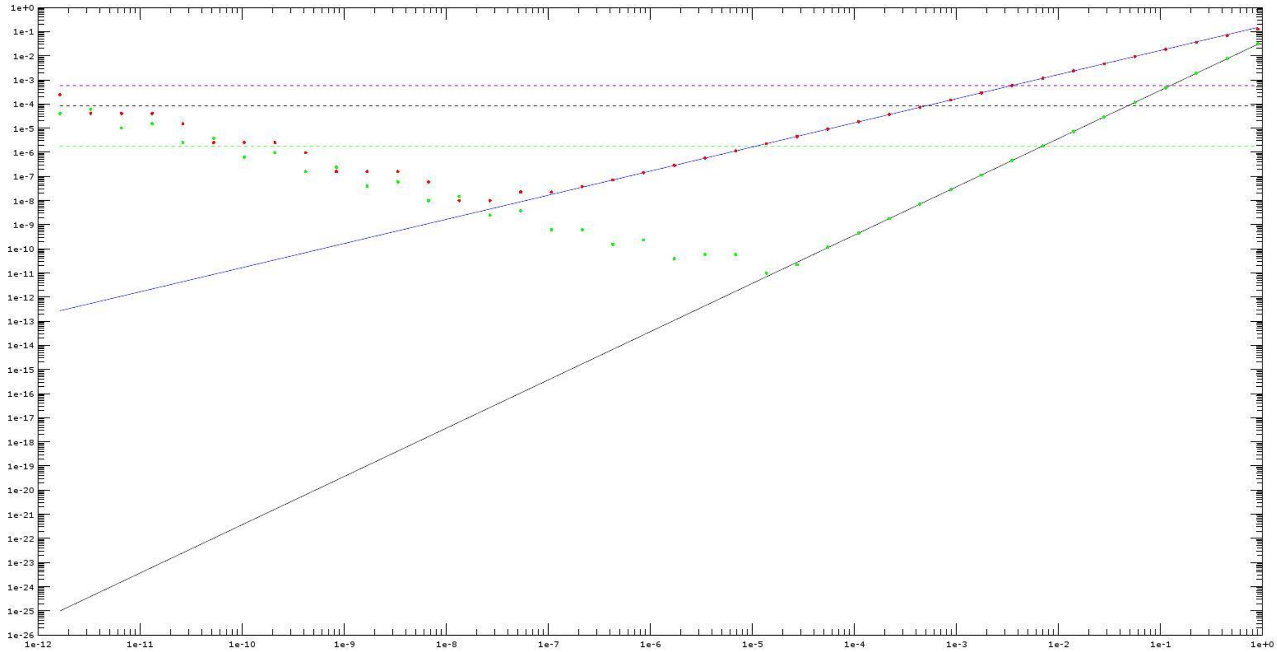
Zadanie 2

$$f(x)=\ln(x^2),\quad x_0=3,\quad h_0=0.9$$

```
function obliczenia(x,h)
W=zeros(1,40);
W2=zeros(1,40);
ox=zeros(1,40);
Bz=0;
Wz=0;
Wyn=0;
Ob=zeros(1,40);
Eks_1=zeros(1, 40);
Eks_2=zeros(1, 40);
Roznica_progresywna = [];
Roznica_centralna = [];


pierwszaPochodna=2/x;
drugaPochodna=(-2)/(x*x);
trzeciaPochodna=(4)/(x*x*x);


for i=1:1:40
    Wyn=(funkcja((x+h))-funkcja((x)))/(h);
    Roznica_progresywna = [Roznica_progresywna Wyn];
    Bz=Wyn-pierwszaPochodna;
    Wz=Bz/pierwszaPochodna;
    W(i)=abs(Wz);
    Wyn=(funkcja((x+h))-funkcja((x-h)))/(2*h);
    Roznica_centralna = [Roznica_centralna Wyn];
    Bz=Wyn-pierwszaPochodna;
    Wz=Bz/pierwszaPochodna;
    W2(i)=abs(Wz);
    ox(i)=h;
    obp(i) = (h/2*(-drugaPochodna))/pierwszaPochodna;
    Ob(i)=(h^2/6*trzeciaPochodna)/pierwszaPochodna;
    Eks_1(i)=(4/(x*x*x)*h^2)/6;
    Eks_2(i)=(-2/(x*x))*h/2;
    h=h/2;
end;
```

```
[minProg nrWezlaProg] = min(W)
optymProg = ox(nrWezlaProg)
[minCentr nrWezlaCentr] = min(W2)
optymCentr = ox(nrWezlaCentr)
loglog(ox,W2, 'g.');
hold on
loglog(ox, W,'r.');
loglog(ox, obp, 'b');
loglog(ox, Ob, 'k');

% Ekstrapolacja Richardsona
 Richardson = @(x1,x0,d) (x1+((x1-x0)/((2^d)-1)));
%progresywna dla  1 - 3
RichardsonProg_1_3(1)= Richardson(Roznica_progresywna(2),Roznica_progresywna(1),1);
RichardsonProg_1_3(2)= Richardson(Roznica_progresywna(3),Roznica_progresywna(2),1);
RichardsonProg_1_3(3)= Richardson(RichardsonProg_1_3(2),RichardsonProg_1_3(1),2);
RichardsonProg_1_3(4)=(RichardsonProg_1_3(3)-pierwszaPochodna)/pierwszaPochodna;
bladEkstraProg_1_3 = abs(RichardsonProg_1_3(4))
loglog ([ox(1) ox(end)],[bladEkstraProg_1_3 bladEkstraProg_1_3],'r--');
%progresywna dla 3 ostatnich
RichardsonProg_Ostat_3(1)= Richardson(Roznica_progresywna(39),Roznica_progresywna(38),1);
RichardsonProg_Ostat_3(2)= Richardson(Roznica_progresywna(40),Roznica_progresywna(39),1);
RichardsonProg_Ostat_3(3)= Richardson(RichardsonProg_Ostat_3(2),RichardsonProg_Ostat_3(1),2);
RichardsonProg_Ostat_3(4)=(RichardsonProg_Ostat_3(3)-pierwszaPochodna)/pierwszaPochodna;
bladEkstraProg_Ostat = abs(RichardsonProg_Ostat_3(4))
loglog ([ox(1) ox(end)],[bladEkstraProg_Ostat bladEkstraProg_Ostat],'b--');
% centralna 1 - 3
RichardsonCentr_1_3(1)= Richardson(Roznica_centralna(2),Roznica_centralna(1),2);
RichardsonCentr_1_3(2)= Richardson(Roznica_centralna(3),Roznica_centralna(2),2);
RichardsonCentr_1_3(3)= Richardson(RichardsonCentr_1_3(2),RichardsonCentr_1_3(1),4);
RichardsonCentr_1_3(4)=(RichardsonCentr_1_3(3)-pierwszaPochodna)/pierwszaPochodna;
bladEkstraCentr_1_3 = abs(RichardsonCentr_1_3(4))
loglog ([ox(1) ox(end)],[bladEkstraCentr_1_3 bladEkstraCentr_1_3],'g--');
%centralna  dla 3 ostatnich
RichardsonCentr_Ostat_3(1)= Richardson(Roznica_centralna(39),Roznica_centralna(38),2);
RichardsonCentr_Ostat_3(2)= Richardson(Roznica_centralna(40),Roznica_centralna(39),2);
RichardsonCentr_Ostat_3(3)= Richardson(RichardsonCentr_Ostat_3(2),RichardsonCentr_Ostat_3(1),4);
RichardsonCentr_Ostat_3(4)=(RichardsonCentr_Ostat_3(3)-pierwszaPochodna)/pierwszaPochodna;
bladEkstraCentr_Ostat = abs(RichardsonCentr_Ostat_3(4))
loglog ([ox(1) ox(end)],[bladEkstraCentr_Ostat bladEkstraCentr_Ostat],'k--');
end
```

Wykres sporządzony na podst. Otrzymanych wartości z obliczeń powyżej dotyczących różnicy centralnej, progresywnej ,błędów oraz ekstrapolacji Richardsona



Różnica progresywna
Minimalny błąd: 9.9341e-009
Numer węzła: 26
Optymalne h: 2.6822e-008
Błąd z ekstrapolacji dla pierwszych trzech elementów: 5.7541e-004
Błąd z ekstrapolacji dla ostatnich trzech elementów: 5.8322e-004

Różnica centralna
Minimalny błąd: 9.7012e-012
Numer węzła: 17
Optymalne h: 1.3733e-005
Błąd z ekstrapolacji dla pierwszych trzech elementów: 1.7894e-006
Błąd z ekstrapolacji dla ostatnich trzech elementów: 8.4771e-005

WNIOSKI:
Wraz ze zmniejszaniem się wartości h, błąd całkowity spada wraz z błędem obcięcia.
Po osiągnieciu wartości h, przeważają błędy zaokrągleń i błąd całkowity znów rośnie.
Różnic centralna jest lepsza od progresywnej ze względu na mniesz wartości błędu.